**Cahiers de géographie du Québec**

# L'indice de Coulson : un avatar de l'âge moyen d'une population

Jacques Ledent

Volume 46, numéro 127, 2002

URI : https://id.erudit.org/iderudit/023020ar
DOI : https://doi.org/10.7202/023020ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Département de géographie de l'Université Laval

ISSN

0007-9766 (imprimé)
1708-8968 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cette note

Ledent, J. (2002). L'indice de Coulson : un avatar de l'âge moyen d'une population. *Cahiers de géographie du Québec*, *46*(127), 77–95. https://doi.org/10.7202/023020ar

# L'indice de Coulson

## Un avatar de l'âge moyen d'une population

**Jacques Ledent**
INRS Urbanisation, Culture et Société
Montréal, Québec
jacques.ledent@inrs-ucs.uquebec.ca

## INTRODUCTION

La comparaison de la structure par âge des populations dans le temps et l'espace repose essentiellement sur le rapprochement des valeurs prises par deux indicateurs : l'âge médian, représentatif de la tendance centrale de toute structure par âge, et l'âge moyen, censé prendre en compte les irrégularités de structure. Mais, prétextant de la très grande variabilité des structures par âge dans l'espace, nombre de géographes préfèrent à l'âge moyen un autre indicateur qui porte le nom de celui qui l'a proposé : l'indice de Coulson (Coulson, 1968).

Le bien-fondé de cette préférence n'a jamais été vérifié et la présente note a pour objectif premier de confirmer ou d'infirmer cette préférence. Un tel objectif est poursuivi au moyen de développements illustrés à l'aide de données relatives à la population de la région métropolitaine de Montréal.

Cet article comprend trois sections. L'exposition débute par un bref rappel, à la section 1, sur les deux indicateurs en compétition. Puis, comme en dépit de son utilisation courante, l'indice de Coulson n'a jamais été mesuré de manière systématique, la section 2 se met en quête d'une méthode de mesure idoine. Une telle quête nous conduit à affiner la formule exprimant l'indice de Coulson et, par la même occasion, à mettre de l'avant un traitement approprié pour le dernier groupe d'âge, nécessairement ouvert, de toute distribution de population selon l'âge. Les développements présentés aboutissent, à la section 3, à l'établissement d'une relation linéaire entre l'âge moyen et l'indice de Coulson affiné par nous; ce qui rend indifférent – du moins en principe – le recours à l'un ou à l'autre des deux indicateurs en compétition.

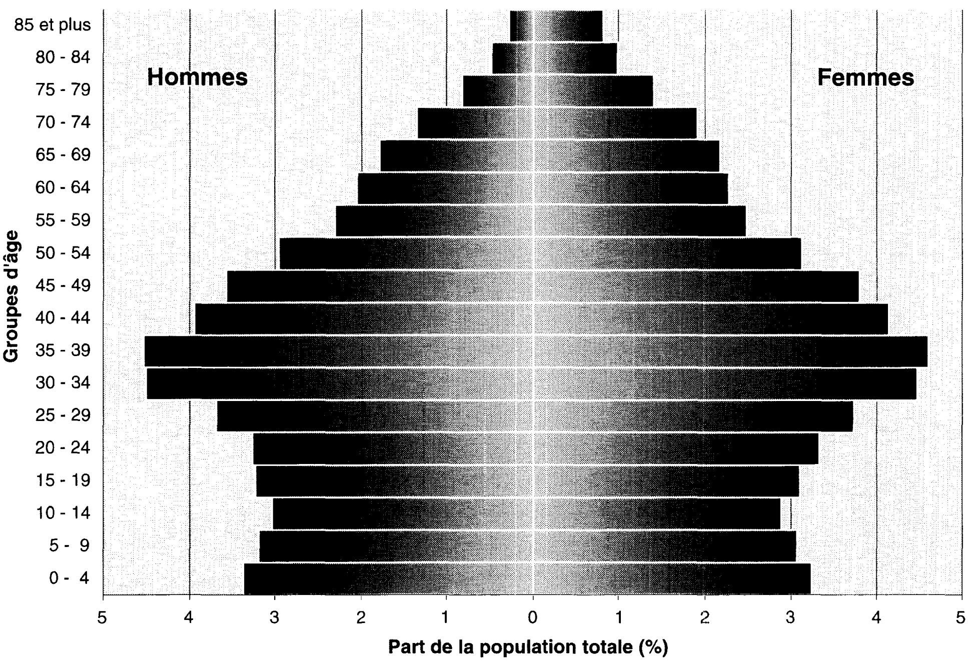
Cahiers de Géographie du Québec ◆ Volume 46, n° 127, avril 2002 ◆ Pages 77-95

# RAPPELS SUR L'ÂGE MOYEN ET L'INDICE DE COULSON

## DE LA PYRAMIDE DES ÂGES AUX INDICATEURS DE LA STRUCTURE PAR ÂGE

La pyramide des âges est une représentation graphique des effectifs d'une population ayant pour avantage de faciliter l'analyse de la structure par âge : voir la figure 1 relative à la population de la région métropolitaine de recensement (RMR) de Montréal en 1996. Néanmoins, une telle représentation ne permet de comparer qu'un petit nombre de structures entre elles car, s'il est certainement possible de superposer deux pyramides des âges, il n'est pas raisonnable d'aller au-delà. C'est pourquoi la comparaison de trois ou plusieurs structures par âge dans le temps ou l'espace se fait en s'appuyant sur les valeurs prises par deux indicateurs synthétiques, c'est-à-dire sensés rendre compte, à eux deux, de l'essentiel de l'information contenue dans une structure par âge.

**Figure 1 Pyramide des âges : RMR de Montréal, 1996**




Le premier de ces indicateurs est issu de la statistique descriptive. Il s'agit de l'âge médian qui, par définition, partage toute population en deux groupes numériquement égaux : l'un s'inscrivant en dessous de cet âge et l'autre au-dessus. Cet indicateur correspond en quelque sorte à un point d'équilibre statistique de la structure par âge – on parle également de tendance centrale – tel qu'une augmentation de la proportion des personnes âgées entraîne normalement un accroissement de la valeur de cet indicateur et une augmentation de la proportion des jeunes, une diminution de sa valeur. En d'autres termes, l'âge médian peut être vu comme un « baromètre » du vieillissement, tant dans le temps que dans l'espace.

Seulement, ce baromètre n'est sensible qu'à des variations de structure correspondant à un déplacement vers le haut (en cas de vieillissement) ou vers le bas (en cas de rajeunissement) de l'ensemble de la distribution selon l'âge. Ainsi, la variation simultanée, dans le même sens et avec la même intensité, de la proportion des personnes âgées et de celle des jeunes laisse l'âge médian inchangé. Ou encore, les effectifs de population peuvent être redistribués entre groupes d'âge dans le haut ou le bas de la distribution sans que l'âge médian ne change. C'est pourquoi, dans toute analyse comparative de la structure par âge des populations, on tend à adjoindre à l'âge médian un indicateur complémentaire ayant pour objet de refléter les différences séparant les structures par âge au-delà de celles qui résultent de leurs tendances centrales repérées à l'aide de l'âge médian.

## L'âge moyen

L'indicateur habituellement utilisé à cet effet est également hérité de la statistique descriptive. Il s'agit de l'âge moyen qui, pour une population dont les effectifs du i-ème groupe d'âge sont notés $P_i$, est défini par la formule :

$$x_{moy} = {}_i\Sigma\, p_i\, x_i \qquad (1)$$

où $p_i = P_i/P_.$ est la fraction du i-ème groupe d'âge dans la population totale et $x_i$ la valeur centrale de ce groupe (généralement prise comme la moyenne arithmétique des âges inférieur et supérieur du groupe). En affichant la dépendance de l'âge moyen vis-à-vis des valeurs individuelles de la distribution selon l'âge, une telle formule a l'heur de confirmer que l'âge moyen tient compte de tous les « accidents » constatés dans les variations selon l'âge des effectifs d'une population.

## L'indice de Coulson

Cependant, aux yeux de beaucoup de géographes, mais aussi de spécialistes d'autres disciplines, le fait que l'âge moyen tienne compte des irrégularités de structure est un avantage qui est plus qu'oblitéré par son inaptitude à refléter l'allure généralement asymétrique de la distribution des âges (voir Noin et Thumerelle, 1995 : 59). C'est pourquoi on lui préfère souvent un autre indicateur proposé par Coulson (1968) et redécouvert indépendamment par Kii (1982).

Brièvement, l'indice de Coulson a son origine dans la pyramide des âges, puisqu'il se rapporte à l'histogramme obtenu en agrégeant les deux histogrammes qui résultent du basculement de la partie gauche de la pyramide à 90 degrés vers la droite et de celui de la partie droite à 90 degrés vers la gauche : voir la figure 2[1]. De manière précise, il se définit comme la pente de la droite issue de la régression – en fonction de la variable en abscisse, c'est-à-dire l'âge – de la variable en ordonnée, c'est-à-dire la fraction de la population appartenant à chaque groupe d'âge. Il est donné par la formule (Noin et Thumerelle, 1995 : 60) :

$$C = \frac{{}_i\Sigma\,(p_i - p_{bar})\,(x_i - x_{bar})}{{}_i\Sigma\,(x_i - x_{bar})^2} \qquad (2)$$

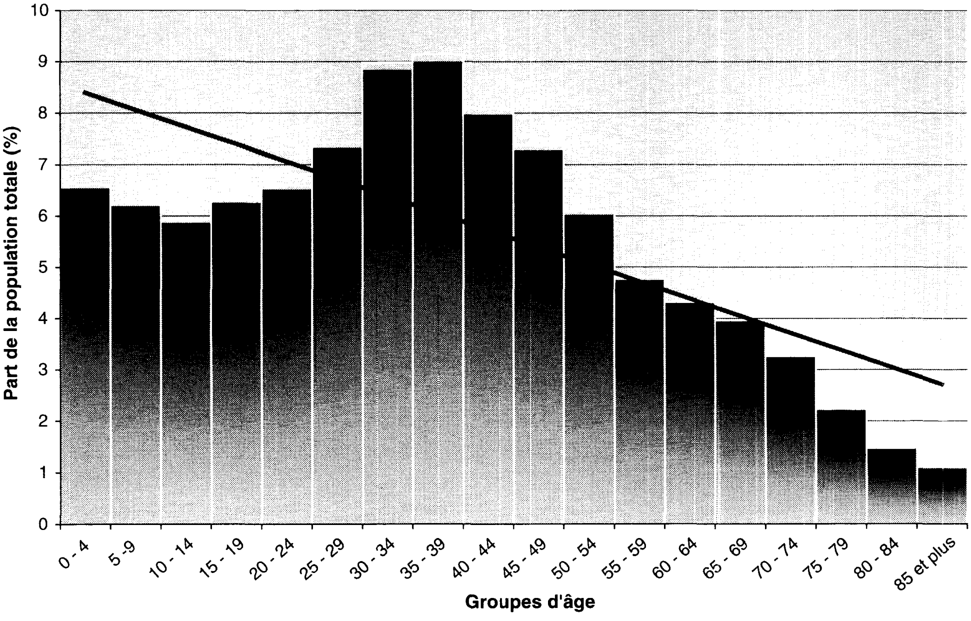
où $p_i$ et $x_i$ ont la même signification que plus haut

$p_{bar} = [{}_i\Sigma\, p_i]/I = 1/I$ est la moyenne des $p_i$ sur les I groupes d'âge et

$x_{bar} = [{}_i\Sigma\, x_i]/I$ est la moyenne des $x_i$ sur les même groupes d'âge

Le plus souvent, puisque les effectifs de population tendent à diminuer avec l'âge, C prend une valeur négative. Mais sous certaines conditions – peu de jeunes, beaucoup de personnes âgées – il peut tout aussi bien prendre une valeur positive, de sorte qu'il n'a pas de signe bien défini. Une telle observation, de même que la compréhension du fait que le numérateur représente une faible fraction du dénominateur, semblent avoir troublé Coulson. En effet, celui-ci s'est empressé de modifier l'expression de C de manière à ce qu'elle livre une valeur nécessairement positive en plus de ne requérir aucune décimale. Pour ce faire, il a tout d'abord introduit dans (2) un facteur multiplicatif, égal à $10^8$. Puis, il a soustrait du résultat une valeur arbitraire suffisamment grande – de manière qu'il s'en suive toujours une valeur négative – avant de faire disparaître le signe moins de cette valeur négative! Évidemment, une telle modification équivaut à une simple transformation linéaire de (2), laquelle n'affecte en rien les positions relatives des valeurs de C tirées directement de (2).

**Figure 2 Interprétation graphique de l'indice de Coulson pour la RMR de Montréal, 1996**




Depuis son élaboration et son application aux districts de l'aire métropolitaine de Kansas City (Coulson, 1968), l'indice de Coulson a été maintes fois utilisé et ce, à diverses échelles spatiales. Ainsi, Mikkelsen *et al.* (1976) l'ont appliqué aux communes de l'agglomération bruxelloise, Pereira Roque (1981) aux arrondissements belges, Roberge et Morin (1985) aux municipalités québécoises du sud du Québec ayant moins de 1000 habitants et Ledent (1999a, 1999b) aux régions métropolitaines canadiennes. Mais, contrairement aux autres auteurs cités, Ledent n'a pas repris à son compte la transformation linéaire de C suggérée par Coulson pour la bonne et simple raison qu'elle conduit à la perte de ce qui au départ rendait l'indice de Coulson particulièrement attrayant, c'est-à-dire son interprétation comme la pente de la droite de régression estimée à partir des observations de la distribution d'une population. Néanmoins, comme le premier chiffre significatif de C se situe généralement bien au-delà de la virgule, Ledent a pris le parti d'exprimer en pour mille les valeurs de C obtenues sur la base de (2), ce qui revient à introduire un facteur multiplicatif égal à $10^3$. Une telle pratique est conservée dans ce qui suit.

## AFFINAGE DE L'INDICE DE COULSON

Quel que soit le contexte d'intérêt, tout indicateur devant servir de base de comparaison dans le temps et l'espace doit être fiable. En clair, cela signifie qu'il doit mener à des valeurs indépendantes des circonstances, c'est-à-dire pas ou peu affectées par le format dans lequel viennent les données sur lesquelles il s'appuie. Ainsi, l'âge moyen d'une population tel qu'il est défini par (1) est un indicateur fiable.

Un examen rapide des circonstances qui, dans les études citées plus haut, entourent la mesure de l'indice de Coulson à partir de (2) suggère que cette formule pose deux problèmes. Premièrement, elle mène à des valeurs qui, pour une même population, diffèrent selon la catégorisation en groupes d'âge utilisée! Deuxièmement, elle n'intègre aucun traitement adéquat pour le dernier groupe d'âge de la distribution selon l'âge. Ces deux problèmes sont examinés tour à tour ci-dessous.

### INFLUENCE DE LA CATÉGORISATION EN GROUPES D'ÂGE

Que la catégorisation des effectifs en groupe d'âge soit régulière (groupes d'âge de mêmes longueurs) ou irrégulière (groupes d'âge de longueurs différentes), la valeur de l'âge moyen définie par (1) n'est pas affectée, hormis bien sûr les petits écarts inévitables découlant de catégorisations différentes et donc de volumes d'information différents. S'il en était besoin, il est aisé de vérifier cette affirmation à l'aide d'un exemple numérique se rapportant aux effectifs âgés de 0 à 69 ans[2] de la population de la région métropolitaine de recensement (RMR) de Montréal observée en 1996. Comme l'indique la comparaison des divers éléments de la colonne (a) du tableau 1, la valeur de l'âge moyen – en ce cas, l'âge moyen de la population de moins de 70 ans – calculée sur la base de (1) pour diverses catégorisations en groupes d'âge, tant régulières qu'irrégulières, ne varie guère qu'au niveau de la seconde décimale.

Il n'en est pas de même pour l'indice de Coulson tel qu'il est défini par (2). Tout d'abord, cette formule n'a aucun sens si les groupes d'âge sont de longueurs différentes. Pour le comprendre, rappelons que cette formule découle d'un raisonnement faisant référence à la ligne brisée joignant la série de points où chaque point a pour abscisse la valeur centrale d'un des groupes d'âge et pour ordonnée, la fraction de la population totale appartenant à ce groupe. Ainsi, si sur une certaine portion du continuum d'âge la catégorisation en groupes d'âge comporte quatre groupes successifs aux longueurs très différentes (disons, pour fixer les idées, 1, 3, 1 et 5 ans), la courbe joignant les quatre points correspondants pour une population usuelle enregistre forcément des variations aiguës. Son ordonnée triple plus ou moins entre le premier et le second de ces quatre points, puis diminue de deux-tiers environ entre le second et le troisième avant de subir une multiplication de l'ordre de 5 entre le troisième et le quatrième.

**Tableau 1 Valeurs de l'âge moyen (en années) et de l'indice de Coulson (en pour mille) relatives à la population de la RMR de Montréal de 1996 comprenant ou non les 70 ans et plus[1]**

| Catégorisations en groupes d'âge | Population de 0 à 69 ans | | | Population totale[2] | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $x_{moy}$ (a) | C (b) | C′ (c) | $x_{moy}$ (d) | C′ (e) |
| *Régulières*[3] | | | | | |
| - T = 1 | 33,304 | - 0,05934 | - 0,05934 | 37,432 | - 0,17117 |
| - T = 2 | 33,307 | - 0,11879 | - 0,05940 | 37,435 | - 0,17121 |
| - T = 5 | 33,322 | - 0,29503 | - 0,05901 | 37,449 | - 0,17125 |
| - T =10 | 33,358 | - 0,58633 | - 0,05863 | 37,480 | - 0,17171 |
| *Irrégulières*[4] | | | | | |
| - Choix 1 | 33,356 | 0.51463 | - 0,05370/- 0,05782[5] | 37,478 | - 0,17138 |
| - Choix 2 | 33,365 | - 0.48450 | - 0,05507/- 0,05814[5] | 37,488 | - 0,17141 |

Remarques :

1. L'âge moyen $x_{moy}$ a été calculé sur la base de (1), l'indice de Coulson originel C sur la base de (2) et l'indice de Coulson affiné C′ sur la base de (6).
2. L'intégration du dernier groupe d'âge a été effectuée en supposant que $x_z = 70 + 14,5$ (où ce dernier nombre est une valeur standard de l'espérance de vie à 70 ans).
3. Il s'agit ici de catégorisations en groupes d'âge de longueur uniforme T.
4. Les deux catégorisations irrégulières utilisées ici se définissent ainsi :
   - choix 1 identique à une des catégorisations courantes retenues par Statistique Canada au niveau infraprovincial : groupes d'âge de 5 ans entre 0 à 24 ans, de 10 ans entre 25 et 64 ans et de 5 ans entre 65 et 69 ans;
   - choix 2 : groupes d'âge de longueurs alternativement égales à 10 et 5 ans.
5. Au contraire de la valeur de droite calculée sur la base de l'indice affiné (6), la valeur de gauche, calculée sur la base de (3), ignore la multiplicité de chacune des observations.

Évidemment, il ne s'agit plus là d'une représentation adéquate de l'évolution des effectifs de population selon l'âge puisque, pour cette même population, un choix différent de la catégorisation en groupes d'âge (disons cette fois 1, 5, 3 et 1 ans) mène à une courbe différant de manière appréciable de la première et à un indice de Coulson possédant un tout autre ordre de grandeur que le premier : voir la partie inférieure de la colonne (b) du tableau 1.

Rappelons que le raisonnement sous-jacent à la dérivation de (2) a son origine dans la pyramide des âges et donc qu'il suppose, de manière implicite, l'uniformité de la longueur des groupes d'âge. Mais, la valeur T de cette longueur uniforme n'est pas sans influencer la valeur de l'indice de Coulson comme le montrent bien les résultats de l'application de (2) aux mêmes effectifs de population que ceux qui ont été considérés précédemment (voir la partie supérieure de la colonne (b) du tableau 1). En effet, lorsque la longueur commune des groupes d'âge passe de 1 à T, le nombre de groupes d'âge est divisé par T tandis que l'ordonnée des points sur lesquels repose (2) est *grosso modo* multipliée par T. En conséquence, la valeur de C, elle-même, voit son ordre de grandeur multiplié par T!

Pour résumer, la mesure de l'indice de Coulson à partir de (2) n'est pas indépendante de la catégorisation en groupes d'âge. Elle n'a pas de sens si la catégorisation en groupe d'âges est irrégulière et, lorsque celle-ci est régulière, elle mène à des valeurs qui présentent un ordre de grandeur variant proportionnellement avec la longueur uniforme T des groupes d'âge.

Heureusement, cette conclusion porte en elle-même la solution permettant de se sortir de l'impasse apparente à laquelle elle semble mener. La variation proportionnelle de C avec T suggère que l'ordonnée des points à prendre en considération doit être divisée par la longueur commune T des intervalles. En ce cas, elle ne correspond plus à la fraction des effectifs de la population appartenant aux différents groupes d'âge, mais plutôt à la densité de population moyenne relative à ces groupes.

Dans ces conditions, la formule (2) devient :

$$C' = \frac{{}_i\Sigma\,(g_i - g_{bar})\,(x_i - x_{bar})}{{}_i\Sigma\,(x_i - x_{bar})^2} \qquad (3)$$

où $g_i = p_i/T_i$ est la densité moyenne de population du i-ème groupe d'âge ($T_i$ étant la longueur du i-ème groupe d'âge) et

$g_{bar} = [\,{}_i\Sigma\, p_i/T_i\,]\ /\ I$ est la valeur moyenne des densités de population.

Évidemment, si les groupes d'âge ont une longueur uniforme, alors $T_i = T$ de sorte que $g_{bar} = p_{bar}/T$ et :

$$C' = \frac{{}_i\Sigma\,(p_i - p_{bar})\,(x_i - x_{bar})}{T\,[{}_i\Sigma\,(x_i - x_{bar})^2]} \qquad (4)$$

Ainsi, en cas de groupes d'âge de longueur uniforme T, le remplacement de la fraction de la population totale par la densité moyenne de population conduit à un indice de Coulson affiné, C', qui se déduit de l'indice originel, C, au moyen d'une simple division par T. Pour comprendre cela, il suffit de rapprocher (4) de (2) ou encore d'examiner la partie supérieure de la colonne (c) du tableau 1 où les valeurs de l'indice de Coulson pour T = 2, 5 et 10 viennent rejoindre la valeur, évidemment inchangée, qui a été obtenue précédemment pour T = 1, soit - 0,059 pour mille.

En outre, la formule (3) a un sens quelle que soit la catégorisation en groupes d'âge, puisque, même en cas de groupes d'âge de longueurs différentes, les variations de la densité de population reflètent plus ou moins la distribution de la population selon l'âge. Mais le fait que (3) ait un sens ne suffit pas à conférer une fiabilité suffisante à l'indicateur C'. Certes, en cas de catégorisation en groupes d'âge de longueurs similaires, son ordre de grandeur n'est pas affecté par le choix de la longueur uniforme des groupes. Par contre, en cas de catégorisation irrégulière, la valeur de C' peut varier avec le choix des groupes d'âge, comme il est d'ailleurs facile de le vérifier en examinant les valeurs de C' obtenues pour certaines agrégations particulières des effectifs de la population de Montréal : voir les valeurs de gauche à la partie inférieure de la colonne (c) du tableau 1 qui, tout en s'approchant de la valeur de C' relative aux catégorisations régulières, s'en démarquent encore.

Une fois encore, il est possible de s'en sortir. Pour cela, observons que la procédure de régression linéaire sous-jacente à la définition de l'indice de Coulson assigne le même poids à chacune des observations. Or, si les groupes d'âge sont de longueurs diverses, ils ont des effectifs dont les ordres de grandeur varient avec ces mêmes longueurs; c'est pourquoi nous concluons à la nécessité d'attribuer au point associé à chaque groupe d'âge un poids égal à la longueur même du groupe en question. Appliquée à la lettre dans le cas d'une catégorisation en groupes d'âge de longueur uniformément égale à 5, cette conclusion conduit à considérer 5 fois chacune des observations relatives à chacun des intervalles. Clairement, l'indice C' estimé en les circonstances ne peut être différent de celui qui serait obtenu si chacune des observations n'était considérée qu'une seule fois. Aussi, au lieu d'accorder à chaque observation un poids égal à la longueur du groupe d'âge correspondant, il est possible – de manière équivalente – de lui attribuer un poids égal à cette longueur que divise le plus grand commun diviseur des longueurs affichées par les différents groupes d'âge (pour peu qu'il s'agisse d'un nombre entier bien sûr).

À titre d'exemple, supposons que les effectifs de population soient disponibles par groupes d'âge de 5 ans, sauf pour une section du continuum d'âge où ils sont disponibles par groupes d'âge de 10 ans (comme tel est souvent le cas des effectifs de population publiés par Statistique Canada au niveau de territoires infra-provinciaux). Alors, puisque le plus grand commun diviseur de 5 et 10 est 5, la suggestion ci-dessus conduit à attribuer aux groupes d'âge de 10 ans un poids de deux, c'est-à-dire à introduire deux fois les observations correspondantes, contre un poids de un seulement aux observations relatives aux groupes d'âge de 5 ans.

À noter qu'il est aisé de justifier la légitimité de la modification tout juste proposée. Pour cela, considérons un des groupes de 10 ans – disons 40 à 49 ans – et supposons pour un instant que la densité moyenne de population soit la même sur le premier sous-intervalle de 5 ans que dans le second. Si les données avaient été disponibles pour chacun des deux sous-intervalles, alors il en aurait résulté deux observations ayant pour abscisse la valeur centrale du sous-intervalle concerné – soit 42,5 et 47,5 ans respectivement – pour une même valeur en ordonnée. Mais comme les données sont disponibles seulement pour l'ensemble de l'intervalle de 10 ans, il n'y a en fait qu'une seule observation ayant pour abscisse la valeur centrale du groupe d'âge, soit 45 ans, et pour ordonnée la valeur commune des ordonnées des deux « observations » précédentes. Clairement, le traitement du groupe d'âge 40-49 ans diffère selon qu'il est désagrégé ou non en deux sous-groupes de 5 ans à moins que... dans le cas où il ne l'est pas, l'observation unique qui lui est associée soit comptée deux fois! À ordonnée identique, une observation double avec abscisse 45 est quasi-équivalente à deux observations simples avec abscisses 42,5 et 47,5.

L'examen des valeurs de droite apparaissant à la partie inférieure de la colonne (c) du tableau 1 montre que l'attribution aux diverses observations de poids proportionnels à la longueur des groupes d'âge correspondants fait en sorte que les valeurs de l'indice de Coulson relatives aux deux catégorisations irrégulières considérées précédemment se rapprochent sensiblement de celles, évidemment inchangées, relatives aux diverses catégorisations régulières. Ainsi, de même que l'âge moyen, l'indice de Coulson tel qu'il a été affiné ci-dessus n'est guère affecté par la catégorisation en groupes d'âge.

Pour résumer, il est possible de rendre l'indice de Coulson indépendant de la catégorisation en groupes d'âge, pour peu que :

1) la régression linéaire sous-tendant la formule originelle (2) soit appliquée non pas à la fraction de la population totale dans chaque groupe d'âge, mais plutôt à la densité moyenne de population (obtenue en divisant cette dernière par la longueur de l'intervalle correspondant) et que

2) chacune des observations ait une multiplicité égale au ratio de la longueur du groupe d'âge corrrespondant par le plus grand commun diviseur des longueurs de groupes d'âge.

Autrement dit, une mesure idoine de l'indice de Coulson s'obtient à partir de la formule (3) dans laquelle les sommes apparaissant aux numérateur et dénominateur sont à effectuer en relation non pas à l'ensemble des observations de départ, mais à l'ensemble d'observations que l'on obtient en attribuant aux observations de départ la multiplicité qui leur revient. Mais rappellons-le, le second ensemble ne diffère du premier que si la longueur des groupes d'âge n'est pas uniforme.

Pour bien marquer la différence que cela entraîne, il est utile d'écrire (3) sous la forme suivante :

$$C' = \frac{{}_k\Sigma\,(G_k - G_{bar})\,(X_k - X_{bar})}{{}_k\Sigma\,(X_k - X_{bar})^2} \qquad (5)$$

À première vue, cette formule est identique à (3), mais néanmoins elle présente par rapport à cette dernière plusieurs différences subtiles ayant pour objet de souligner la distinction, à tout le moins théorique, existant entre les deux ensembles d'observations auxquels les deux formules s'appliquent. D'une part, l'indice de sommation relatif à chaque somme est désigné par k plutôt que par i. D'autre part, le symbole de chaque variable à droite est désigné par une majuscule (G et X) au lieu d'une minuscule (g et x).

Néanmoins, il est possible de ré-écrire l'indice C' en fonction des observations originelles. L'introduction de la multiplicité de chaque observation conduit à :

$$C' = \frac{{}_i\Sigma\, T_i\,(g_i - G_{bar})\,(x_i - X_{bar})}{{}_i\Sigma\, T_i\,(x_i - X_{bar})^2}$$

puis le remplacement de $g_i$ par $p_i / T_i$ à

$$C' = \frac{{}_i\Sigma\,(p_i - T_i\,G_{bar})\,(x_i - X_{bar})}{{}_i\Sigma\, T_i\,(x_i - X_{bar})^2} \qquad (6)$$

où les sommes au numérateur et au dénominateur sont effectuées en relation aux observations originelles, comme le suggère l'utilisation de l'indice de sommation i plutôt que k, et où

$$X_{bar} = [{}_i\Sigma\, T_i\, x_i\,] \;/\; [\,{}_i\Sigma\, T_i\,]$$

et

$$G_{bar} = [\,{}_i\Sigma\, T_i\,(p_i \;/\; T_i)\,] \;/\; [\,{}_i\Sigma\, T_i\,] = [\,{}_i\Sigma\, p_i\,] \;/\; [{}_i\Sigma\, T_i\,] = 1 \;/\; [{}_i\Sigma\, T_i\,]$$

Naturellement, dans le cas où $T_i = T$, nous avons

$$X_{bar} = [{}_i\Sigma\, T_i\, x_i\,] \;/\; [\,{}_i\Sigma\, T_i\,] = T\,[{}_i\Sigma\, x_i\,] \;/\; [\,T\,I\,] = [{}_i\Sigma\, x_i\,] \;/\; I = x_{bar}$$

et

$$G_{bar} = 1 \;/\; [{}_i\Sigma\, T_i\,] = 1/\;[\,T\,I\,] = p_{bar} \;/\; T$$

de sorte que C' devient

$$C' = \frac{{}_i\Sigma\,(p_i - p_{bar})\,(x_i - x_{bar})}{T\,[\,{}_i\Sigma\,(x_i - x_{bar})^2\,]} \qquad (7)$$

une formule qui, comme nous nous y attendions, est identique à la formule (4).

## LE TRAITEMENT DU DERNIER GROUPE D'ÂGE

Tant que l'indice de Coulson se calculait sur la base de (2), le dernier groupe d'âge ouvert, z années et plus, ajoutait au nuage de points représentatifs de la structure par âge une observation excentrée susceptible d'influencer fortement la pente de la régression linéaire estimée sur la base de ce nuage. En effet, la fraction de la population appartenant au dernier groupe d'âge ouvert est souvent sans commune mesure avec les fractions correspondantes pour les groupes d'âge fermés qui le précèdent. Cela est particulièrement vrai lorsque la valeur de z est de l'ordre de 65 à 75 ans, comme dans les distributions de population infraprovinciales publiées par Statistique Canada. Pour s'en convaincre, il suffit d'observer que la fraction de la population montréalaise qui, en 1996, était âgée de 65 ans et plus était égale à 12,0 %, alors que celle incluse dans le groupe d'âge fermé qui le précède n'était égale qu'à 0,9 % pour une catégorisation régulière en groupes d'âge d'un an et à 4,3 % pour une catégorisation régulière en groupes d'âge de cinq ans. C'est pourquoi les chercheurs qui jusqu'ici ont eu recours à l'indice de Coulson ont choisi d'éliminer purement et simplement l'observation corrrespondant au groupe d'âge ouvert[3].

En fait, comme nous l'avons vu plus haut, l'indice de Coulson doit désormais être calculé non sur la base de (2), mais plutôt sur celle de (6); un impératif qui, du même coup, montre la voie au traitement approprié à donner au dernier groupe d'âge. Ainsi, l'ordonnée du point d'observation relatif au groupe d'âge ouvert n'est autre que la densité moyenne de population dans ce groupe, laquelle s'obtient à partir de la fraction de la population totale représentée par ce groupe en divisant par un nombre approprié. Représentatif de la longueur apparente du dernier groupe d'âge et, par la même occasion, assimilable à la longueur $T_z$ entrant au dénominateur de (6), ce nombre peut être pris égal à $\omega$ - z, où $\omega$ dénote l'âge maximal de la vie[4].

Quant à l'abscisse du même point d'observation, elle est égale à la « valeur centrale » du dernier groupe d'âge. Et comme la valeur centrale de tout groupe d'âge s'interprète comme l'âge moyen de la population appartenant à ce groupe, il semble tout indiqué de considérer cette abscisse égale à l'âge moyen de la population dans le dernier groupe d'âge ouvert.

Dans ces conditions, la manière de prendre en compte le dernier groupe d'âge ouvert dans la mesure de l'indice de Coulson s'impose d'elle-même. À côté des observations relatives aux groupes d'âge fermés, il suffit :

1) d'introduire une observation dont l'abscisse est égale à l'âge moyen du dernier groupe d'âge et l'ordonnée à la fraction correspondante de ce groupe dans la population totale que divise la longueur apparente du groupe ($T_z$ = w - z) et

2) d'accorder à cette observation une multiplicité égale au quotient de $T_z$ par le plus grand commun diviseur des longueurs $T_i$ des I-1 groupes d'âge fermés[5].

En pratique, un tel traitement ne soulève aucune difficulté, hormis un problème qui se pose dans les mêmes termes au niveau du calcul de l'âge moyen sur la base de (1) : le choix de la valeur devant être assignée à l'âge moyen du dernier groupe d'âge ou encore, de manière équivalente, celle devant être assignée à la différence $d_z = x_z - z$ séparant cet âge moyen de la borne inférieure z du même groupe d'âge.

Non seulement la valeur de $d_z$ est inconnue (du fait que les effectifs de population sont regroupés au-delà de l'âge z), mais aussi elle varie de population en population au gré du régime de mortalité en vigueur ainsi que de la composition selon l'âge aux grands âges. Sachant que l'âge moyen des individus qui, dans une population stationnaire, sont âgés de z années et plus est égal à l'espérance de vie $e_z$ à l'âge z, notre recommandation est, en première approximation, de sélectionner une valeur de $d_z$ égale à l'espérance de vie $e_z$ à l'âge z tirée d'une table standard de mortalité associée à un régime de mortalité approprié. Ainsi, pour la poursuite de notre application numérique au cas de la RMR de Montréal avec z = 70 ans, nous prenons $e_z$ égal à 14,5 ans; soit une valeur similaire à l'espérance de vie à 70 ans associée au régime de mortalité présentement en cours au Canada.

En conséquence, la valeur de l'indice de Coulson qui, calculée pour la population 1996 de la RMR de Montréal sur la base des moins de 70 ans, s'établissait à - 0,059 pour mille, passe à - 0,171 pour mille lorsqu'elle est calculée pour la population tous âges et ce, quelle que soit la catégorisation, régulière ou non, en groupes d'âge : voir la colonne (e) du tableau 1. En d'autres termes, l'intégration de la population des 70 ans et plus amène une modification radicale de la valeur de l'indice de Coulson – elle enregistre une multiplication de l'ordre de trois – mais il ne faut pas perdre de vue que dans le même temps l'âge moyen passe de 33,3 à 37,4 ans.

Nonobstant le fait que la borne inférieure z du dernier groupe d'âge est le plus souvent imposée par le format même des données disponibles, l'indice de Coulson tel que nous l'avons affiné est un indicateur qui ne peut être considéré comme fiable que s'il dépend peu ou pas de la valeur de z. On sait que c'est le cas pour l'âge moyen : voir la colonne (e) du tableau 2 où il appert que cet indicateur décroît légèrement de 37,93 années (pour z = 65 ans) à 36,90 années (pour z = 90 ans). En est-il de même pour l'indice de Coulson affiné?

À ce propos, remarquons tout d'abord que la valeur de l'indice de Coulson affiné pour la population montréalaise âgée de moins de z années varie sensiblement avec z : voir la colonne (d) du tableau 2 où il apparaît que cette valeur passe de - 0,032 pour mille pour z = 65 ans à - 0, 137 pour mille pour z = 90 ans (en passant par - 0,059 pour mille pour z = 70 ans comme nous l'avons vu plus tôt). Un tel résultat est à rapprocher de la forme affichée par la courbe représentative de la structure par âge de la population montréalaise en 1996 : voir la figure 2. Puisque dans sa partie intermédiaire couvrant les âges de 15 à 55 ans, cette courbe a la forme d'un U renversé, la droite de régression estimée à partir des observations relatives à cette partie de la courbe a une pente pratiquement nulle. À mesure qu'on y ajoute les observations des groupes plus âgés dont les ordonnées vont en s'affaiblissant, la droite de régression penche de plus en plus vers la droite et l'indice de Coulson augmente en valeur absolue, subissant une multiplication par six lorsque z passe de 65 à 90 ans.

**Tableau 2 Variations de l'âge moyen (en années) et de l'indice de Coulson (en pour mille) relatifs à la population de la RMR de Montréal de 1996 (y compris ou non les personnes âgées de z années et plus) en fonction de la borne inférieure z du dernier groupe d'âge[1]**

| | | Population de 70 ans et moins | | Population totale[2] | |
|---|---|---|---|---|---|
| z | $e_z$ | $x_{moy}$ | C' | $x_{moy}$ | C' |
| (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) |
| 65 | 18 | 31,76 | - 0,0321 | 37,93 | - 0,1679 |
| 70 | 14,5 | 33,30 | - 0,0593 | 37,43 | - 0,1712 |
| 75 | 11,5 | 34,65 | - 0,0812 | 37,13 | - 0,1726 |
| 80 | 9 | 35,62 | - 0,1026 | 36,99 | - 0,1723 |
| 85 | 6,5 | 36,32 | - 0,1209 | 36,92 | - 0,1714 |
| 90 | 4,5 | 36,70 | - 0,1367 | 36,90 | - 0,1696 |

Remarques :

1. L'âge moyen $x_{moy}$ a été calculé sur la base de (1) et l'indice de Coulson affiné C' sur la base de (6) en référence à une catégorisation par année d'âge jusqu'à l'âge z
2. L'intégration du dernier groupe d'âge a été effectuée en supposant une valeur centrale $x_z = z + e_z$ [où $e_z$ est une valeur standard de l'espérance de vie à l'âge z apparaissant dans la colonne (b)]

Intégrons maintenant la population âgée de z années et plus sur le mode de celui que nous avons utilisé précédemment pour le cas z = 70 ans. Brièvement, une telle intégration conduit à une valeur de l'indice de Coulson qui varie peu avec z, puisque celle-ci s'étage entre - 0,168 pour mille (pour z = 65 ans) et - 0,173 pour mille (pour z = 75 ans) : voir la colonne (f) du tableau 2. En d'autres termes, notre traitement du dernier groupe d'âge a pour effet d'éliminer presque totalement la variabilité de l'indice de Coulson précédemment constatée en relation à la population amputée du dernier groupe d'âge. Si elles ne sont pas monotones comme pour l'âge moyen, les variations résiduelles observées sont modestes : inférieures à 3 % tout comme pour l'âge moyen!

À noter que cette affirmation suppose implicitement que le paramètre $d_z$ relatif au dernier groupe d'âge est connu de manière précise. Or, il n'en est rien puisque nous avons dû sélectionner une valeur approximative pour ce paramètre. Néanmoins, il est aisé d'établir que la sélection à bon escient d'une valeur approximative – sur le modèle de la recommandation faite plus haut dans le cas de la RMR de Montréal – n'est guère dommageable. En effet, une telle sélection conduit à introduire une erreur qui se révèle incapable d'altérer de manière significative les écarts relatifs observés parmi les valeurs de l'indice de Coulson et, par la même occasion, celles de l'âge moyen relatives à des populations partageant des caractéristiques similaires[6].

Pour résumer, la valeur de l'indice de Coulson affiné est peu affectée par la valeur de la borne inférieure du dernier groupe d'âge. S'ajoutant au résultat antérieur selon lequel la catégorisation en groupes d'âge de la population, hormis le dernier groupe d'âge ouvert, a une influence marginale, ce dernier résultat permet de conclure que la catégorisation des effectifs de population en groupes d'âge (y compris le choix de la valeur de la borne inférieure du groupe d'âge ouvert) joue un rôle assez mineur dans la valeur prise par l'indice de Coulson affiné, comme c'est le cas pour la valeur prise par l'âge moyen.

Sur un plan pratique, cette conclusion appelle diverses remarques parmi lesquelles deux méritent d'être signalées ici :

1) Afin de mesurer adéquatement l'indice de Coulson, il n'est pas nécessaire de disposer d'effectifs de population par groupes d'âge d'un an (ou même de cinq ans) jusqu'à 90 ans. Tout comme pour la formule (1) sous-tendant le calcul de l'âge moyen, la formule (6) s'applique sans restrictions aux effectifs de population habituellement disponibles, y compris ceux mettant en jeu des groupes d'âge irréguliers tels que le dernier groupe d'âge ouvert débute vers 65 à 75 ans.

2) En théorie, la variabilité de la mesure de l'indice de Coulson – comme de l'âge moyen – vis-à-vis de la catégorisation en groupes d'âge ne permet pas de comparer deux valeurs de l'indice calculées à partir de catégorisations différentes. Mais en pratique, étant donné le caractère mineur de cette variabilité (3 % au maximum), il est possible d'ordonner deux valeurs pour peu qu'elles présentent un écart relatif supérieur de manière significative à ce seuil.

## LES LIENS ENTRE L'INDICE DE COULSON ET L'ÂGE MOYEN

Au terme de notre affinage de l'indice de Coulson, il est tentant de rapprocher la valeur de cet indice se rapportant à la population de Montréal observée lors du recensement de 1996 de celles se rapportant à la même population observée lors des recensements précédents.

En s'appuyant sur une catégorisation régulière en grandes groupes d'âge de 5 ans jusqu'à 90 ans et en supposant que la différence $d_{90}$ entre les valeurs centrale et inférieure du groupe d'âge 90 ans et plus est égale à $e_{90}$, soit 4,5 années, il se trouve que l'indice de Coulson affiné relatif à la population montréalaise de 1996 s'établit à - 0,1696 pour mille. Il s'agit là d'une valeur qui s'établit en hausse par rapport à 1991 (- 0,1765 pour mille) et plus encore par rapport à 1986 (- 0,1863 pour mille). Dans le même temps, l'âge moyen a également augmenté – passant de 36,13 ans en 1986 à 37,02 ans 1991 et finalement à 37,68 ans en 1996 – de sorte qu'en première approximation l'indice de Coulson et l'âge moyen semblent varier en phase.

Allons plus loin et comparons les valeurs prises par le rapport des variations enregistrées par les deux indicateurs lorsque l'on passe de 1986 à 1991 puis de 1991 à 1996. Dans le premier cas, le rapport de l'accroissement de l'indice de Coulson à celui de l'âge moyen s'établit à $[-0,1765 - (-0,1863)] \times 10^{-3}/(37,02 - 36,13) = 0,0098 \times 10^{-3}/0,89 = 1,10 \times 10^{-5}$, alors que dans le second cas il s'établit à $[-0,1692 - (-0,1765)] \times 10^{-3}/(37,68 - 36,02) = 0,0073 \times 10^{-3}/0,66 = 1,10 \times 10^{-5}$, soit une valeur… identique à la précédente. Nous en déduisons que par rapport à un système d'axes représentatifs l'un, de l'âge moyen et l'autre, de l'indice de Coulson affiné, les points relatifs à la population montréalaise observée à l'occasion des trois derniers recensements sont tout simplement alignés. En d'autres termes, l'indice de Coulson et l'âge moyen seraient liés l'un à l'autre par une simple relation linéaire!

## EXISTENCE D'UNE RELATION LINÉAIRE ENTRE LES DEUX INDICATEURS

Aussi, afin de vérifier s'il existe bien une telle relation, effectuons le produit apparaissant au numérateur du membre droit de l'équation (6). Il vient

$$C' = \frac{[{}_i\Sigma\, T_i\, g_i\, x_i] - G_{bar}\,[{}_i\Sigma\, T_i\, x_i] - X_{bar}\,[{}_i\Sigma\, T_i\,(g_i - G_{bar})]}{[{}_i\Sigma\, T_i\,(x_i - X_{bar})^2]} \qquad (7)$$

Or, la quantité

$${}_i\Sigma\, T_i\, g_i\, X_i = {}_i\Sigma\, p_i\, x_i$$

n'est autre que l'âge moyen, $x_{moy}$, de la population, tandis que la quantité

$$G_{bar}\,[{}_i\Sigma\, T_i\, x_i] = [{}_i\Sigma\, T_i\, x_i] \,/\, [{}_i\Sigma\, T_i]$$

s'identifie avec la moyenne $X_{bar}$ des valeurs centrales des groupes d'âge. Enfin, il se trouve que

$${}_i\Sigma\, T_i\,(g_i - G_{bar}) = [{}_i\Sigma\, T_i\, g_i] - G_{bar}\,[{}_i\Sigma\, T_i] = [{}_i\Sigma\, p_i] - [{}_i\Sigma\, T_i] \,/\, [{}_i\Sigma\, T_i] = 1 - 1 = 0$$

de sorte que le numérateur du membre droit de (7) est tout simplement égal à la différence $x_{moy} - X_{bar}$. En conséquence, l'indice de Coulson et l'âge moyen sont tout simplement liés par :

$$C' = \frac{x_{moy} - X_{bar}}{{}_i\Sigma\, T_i\,(x_i - X_{bar})^2} \qquad (8)$$

ou encore

$$C' = a\, x_{moy} + b \qquad (9)$$

où les coefficients

$$a = 1 \,/\, {}_i\Sigma\, T_i\,(x_i - X_{bar})^2$$

et

$$b = -X_{bar} \,/\, {}_i\Sigma\, T_i\,(x_i - X_{bar})^2$$

ne dépendent que du choix des groupes d'âge. C'est dire que l'indice de Coulson se déduit bien de l'âge moyen (ou *vice versa*) au moyen d'une simple transformation linéaire. Pour un choix arrêté des groupes d'âge, l'âge moyen calculé à partir de (1) et l'indice de Coulson calculé sur la base de (6) sont équivalents.

La simplicité de ce résultat conduit immédiatement à se demander s'il n'a pas été programmé à l'occasion des développements apportés plus haut à la formule originelle (2) de l'indice de Coulson. Il n'en est évidemment rien. Comme il est facile de le montrer sur la base d'un raisonnement similaire, l'équivalence notée plus haut entre les deux indicateurs tenait déjà au niveau de la formule originelle, mais en ce cas bien sûr l'équivalence se rapportait à la population totale, hormis le dernier groupe d'âge ouvert. Somme toute, notre traitement minutieux du dernier groupe d'âge a eu pour effet de préserver cette équivalence au niveau de l'ensemble de la population.

S'ajoutant à la vérification empirique de l'indice de Coulson affiné effectuée dans la section précédente, cette dernière observation nous autorise finalement à conclure à la légitimité de notre affinage de l'indice de Coulson.

## IMPLICATIONS

La simple existence de la relation d'équivalence mise en évidence entre l'indice de Coulson affiné et l'âge moyen signifie qu'il est en principe indifférent de recourir à l'un ou l'autre indicateur dans l'analyse de la structure des populations. Sachant cela, l'utilisateur sera enclin à utiliser celui des deux indicateurs avec lequel il est le plus familier. Comme l'âge moyen découle d'un concept statistique généralement bien compris, il ne fait guère de doutes qu'il aura tendance à y recourir plutôt qu'à l'indice de Coulson.

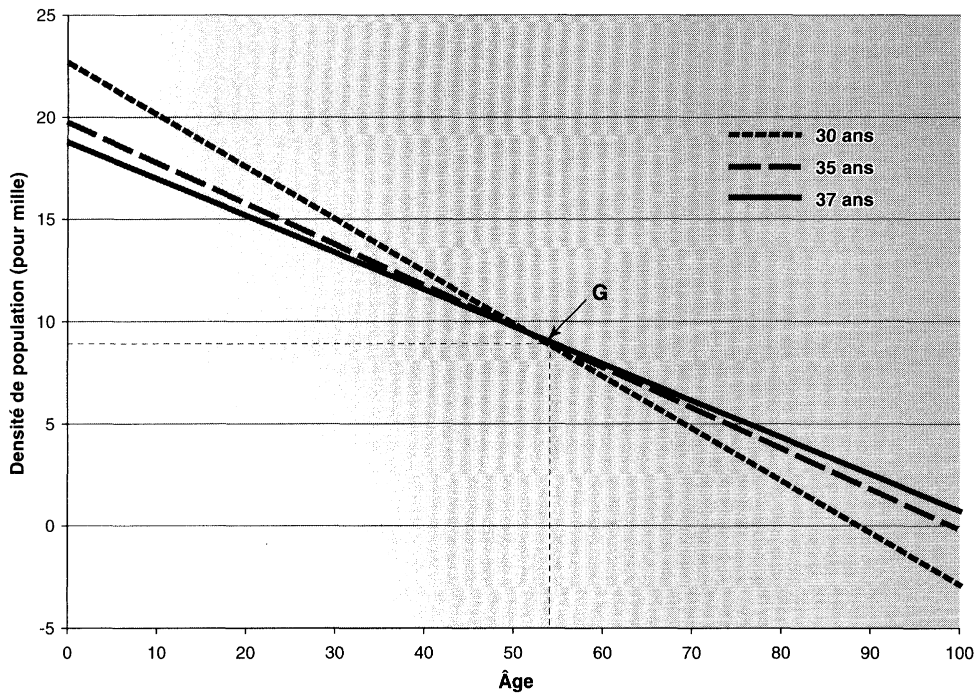
Néanmoins, au cas où l'analyse à entreprendre a pour objet de comparer un grand nombre de populations dans le temps et l'espace, l'indice de Coulson affiné possède un avantage sur l'âge moyen : un pouvoir plus expressif de représentation des écarts entre populations au moyen du tracé sur un même graphique des droites de régression associées à la structure par âge de chacune des populations.

Pour mieux comprendre cela, imaginons une population dont les effectifs de population, disponibles pour 15 groupes de 5 ans jusqu'à 75 ans et un groupe ouvert 75 ans et plus, conduisent à un âge moyen de 30 ans. Dans ces conditions, $X_{bar}$ = 53,16 ans, tandis que ${}_i\Sigma\ T_i\ (x_i - X_{bar})^2 = 90563$ de sorte que la valeur corrrespondante de l'indice de Coulson affiné est de C' = (30 - 53,16)/90563 = - 0,256 pour mille. Avec un âge terminal $\omega$ égal à 110 ans, cela signifie que la densité de population a une valeur moyenne $p_{bar}$ = 1 / 110 = 9,1 pour mille, de sorte que la droite de régression qui aurait été estimée directement sur la base des effectifs de population pertinents serait la droite (A) de la figure 3 passant par le point G de coordonnées $X_{bar}$ et $p_{bar}$ et ayant pour pente C'.

Maintenant, considérons deux autres populations ayant pour âge moyen 35 et 37 ans respectivement. Les valeurs correspondantes de l'indice de Coulson affiné sont égales à (35 - 53,16) /90 563 = - 0,201 pour mille et (37 - 53,16) / 90563 = - 0,178 pour mille respectivement et les droites de régression associées sont les droites (B) et (C) passant par le même point G et ayant ces valeurs pour pente. Nul doute que sur le plan des écarts de structure par âge présentées par les trois populations concernées, le contraste des trois droites (A), (B) et (C) offert par la figure 3 soit plus expressif que la simple constatation des écarts entre leurs âges moyens respectifs. En effet, il permet de comparer immédiatement l'orientation générale des trois structures par âge appréciée sur un mode linéaire.

Ainsi, étant donné cet avantage graphique que procure le recours à l'indice de Coulson, l'utilisateur intéressé à la comparaison de plusieurs structures par âge, tel le géographe, demeurera tenté de privilégier cet indicateur plutôt que l'âge moyen. Seulement, les pyramides d'âge au niveau local mais aussi, de plus en plus, les pyramides d'âge à des niveaux spatiaux plus aggrégés (telles la pyramide des âges relative à la population de la RMR de Montréal présentée plus haut à la figure 1 et même la pyramide d'âge relative à la population canadienne) sont très souvent irrégulières, en ce sens que leur densité de population n'affiche pas (plus) de variations monotones comme le faisaient les pyramides d'âge « traditionnelles ». C'est pourquoi la droite associée à une valeur donnée de l'indice de Coulson ne donne qu'une idée générale mais vague de la forme réelle de la pyramide des âges correspondante et donc, finalement, l'utilisation de l'indice de Coulson ne procure qu'un mince avantage par rapport à celle de l'âge moyen.

**Figure 3 La relation entre structure par âge et âge moyen**



## CONCLUSION

La présente note avait pour objet de vérifier le bien-fondé de la préférence accordée par les géographes, pour l'analyse de la structure par âge des populations, à l'indice de Coulson plutôt qu'à l'âge moyen. La recherche effectuée à cet effet nous a amené, dans un premier temps, à affiner l'indice de Coulson de manière à lui conférer la fiabilité normalement attendue d'un indicateur destiné à servir de base de comparaison dans le temps et l'espace. Par la suite, elle nous a permis d'établir que l'indice de Coulson ainsi affiné se déduit de l'âge moyen au moyen d'une transformation linéaire, de sorte que ces deux indicateurs de la structure par âge d'une population sont en fait équivalents.

En d'autres termes, l'indice de Coulson se présente comme un avatar de l'âge moyen, de sorte que le préférer à ce dernier ne se justifie guère, même s'il bénéficie d'un léger avantage d'interprétation. Devons-nous en déduire que les travaux de son promoteur constituent pour l'analyse de la structure des populations un égarement synonyme d'une déperdition d'efforts? Personnellement, nous ne le croyons pas car ils auront permis – et cela est sans doute l'enseignement majeur du présent texte – de préciser l'interprétation usuelle attribuée à l'âge moyen. De par sa construction, l'âge moyen tient compte de toutes les irrégularités de la distribution d'une population selon l'âge, mais, de fait, il les gomme au point de ne retenir que la pente de cette distribution ou encore de la pyramide des âges. En fin de compte, la simple existence de la relation (8) permet de conclure que l'âge moyen d'une population est un indicateur synoptique, apprécié sur un mode linéaire, de la distribution selon l'âge.

REMERCIEMENTS

Cette note reprend et élargit un ensemble de considérations initialement développées dans le cadre d'une commandite octroyée à l'INRS-Urbanisation par le ministère de la Métropole (Gouvernement du Québec) et Développement Économique Canada et portant sur les indicateurs de positionnement des métropoles.

## NOTES

1 À noter que, sur la figure 2, le groupe d'âge le plus élevé, nécessairement ouvert, se voit attribuer la même longueur que les autres groupes d'âge. Il s'agit là d'un traitement inapproprié auquel nous remédierons plus loin.

2 Le fait d'ignorer la population âgée de 70 ans et plus s'explique par la nécessité d'éliminer toute interférence susceptible d'être causée par le dernier groupe d'âge ouvert qui, comme nous l'avons déjà indiqué, doit faire l'objet d'un traitement particulier. Cependant, cela ne réduit en rien la généralité du raisonnement utilisé ici pour évaluer l'influence de la catégorisation par âge.

3 À l'exception de Ledent (1999a, 1999b) qui, travaillant avec une valeur de z égale à 85 ans, a conservé l'observation en question en lui attribuant une abscisse de 85 + 5/2 = 87,5 années : voir la figure 2.

4 L'âge maximal de la vie ne pouvant être déterminé avec certitude, il est possible d'assigner à $\omega$ une valeur arbitraire et ce, sans inconvénient, pour peu que cette valeur soit utilisée de manière universelle. À noter que $\omega$ = 110 ans est la valeur que nous avons retenue en vue de notre analyse empirique.

5 Avec une valeur de $\omega$ égale à 110 ans, il importe, dans le cas où z = 70 ans, de diviser la fraction de la population âgée de z et plus par 110 - 70 = 40 et d'accorder une multiplicité de 40/1 = 40 dans le cas d'une catégorisation régulière en groupes d'âge d'un an et de 40/5 = 8 dans le cas d'une catégorisation régulière de groupes d'âge de cinq ans.

6 Cette conclusion ressort très clairement d'une analyse spécifique ayant pour objet de mesurer les variations de l'indice de Coulson et de l'âge moyen en fonction de la valeur de $d_z$ pour une valeur donnée de z. L'analyse en question, de nature fortement empirique, est omise ici afin de conserver sa cohérence à la présente note. Néanmoins, le court texte qui la documente est disponible sur demande auprès de l'auteur.

## BIBLIOGRAPHIE

COULSON, M. (1968) The Distribution of Population Age Structures in Kansas City. *Annals of the Association of Geographers*, 58(1) : 155-176.

KII, Toshi (1982) A New Index for Measuring Demographic Aging. *The Gerontologist*, 22 (4) : 438-442.

LEDENT, J. (1999a) Les indicateurs de la situation démographique : le cas des trois grandes métropoles canadienne. Dans *Les Indicateurs de positionnement (benchmarking) des métropoles - Besoins et potentialités en contexte montréalais*, Actes du colloque publiés sous la direction de Jean-Pierre Collin, Anne-Marie Séguin et Hermance Pelletier, INRS-Urbanisation, Montréal, Québec, pp. 83-117.

——— (1999b) *Vieillissement démographique : le cas des métropoles canadiennes, 1971-2046.* Rapport d'étude soumis au ministère de la Métropole et à Développement économique Canada, INRS-Urbanisation, Montréal, Québec.

MIKKELSEN, L., REIS, D. et PEREIRA ROQUE, J. (1976) La structure par âge de l'agglomération bruxelloise. *Revue belge de géographie*, 100 (1) : 49-70.

NOIN, D. et THUMERELLE, P.-J. (1995) *L'étude géographique des populations.* Paris, Masson, 2e édition.

PEREIRA ROQUE, J. (1981) Âge médian et vieillissement démographique. *Revue belge de géographie*, 105 (1) : 3-22.

ROBERGE, A. et MORIN, D. (1985) Évolution du vieillissement de la population par l'indice de Coulson et l'âge médian. *Cahiers de géographie du Québec*, 29 (78) : 383-40.